Unidad 4

Cinética.
Método del trabajo y la energía.

4.0 Introducción.

En el capítulo anterior estudiamos el movimiento de los cuerpos analizándolo mediante la segunda ley de Newton, en cuya formulación interviene el concepto cinemático de aceleración, por lo cual, cuando se desea conocer la velocidad o la posición de un cuerpo es necesario primero determinar la aceleración. Esto puede complicar un poco la solución de los problemas cuando las fuerzas son variables, pues obliga a integraciones que no siempre resultan sencillas, ya sea por la operación en sí o porque se desconoce la función a integrar.

Sin embargo, existen otros dos métodos alternativos: ***El método del trabajo y la energía y el método del impulso y la cantidad de movimiento*****.** En esta unidad nos ocuparemos del primero, el cual *relaciona los conceptos de* **fuerza, desplazamiento, masa y *velocidad***, por lo que resulta particularmente práctico para resolver problemas que involucran *fuerzas que dependen del desplazamiento,* tales como las *fuerzas elásticas* que para el ingeniero civil revisten particular importancia pues no solo se presentan en resortes sino en vigas, cables, columnas y en general en cualquier elemento estructural, por lo que los conceptos aquí tratados son la base de los métodos de análisis de edificios, puentes y demás estructuras.

Como habíamos mencionado al estudiar la tercera ley, las interacciones entre los cuerpos se pueden explicar mediante el concepto de fuerza o mediante otros. Aquí las interacciones las explicaremos mediante los conceptos de trabajo y energía, y estudiaremos su intercambio y su transformación.

4.1 El método del trabajo y la energía.

El método del trabajo y la energía en esencia no es más que una forma integrada de la segunda ley de Newton aplicada en dirección tangencial. Solo se utiliza la componente tangencial de ΣF, ya que como demostraremos más adelante, las fuerzas normales no realizan trabajo.

Para encontrar la ecuación del principio del trabajo y la energía sustituyamos la expresión

$$a_T = v\frac{dv}{ds} \qquad \text{en} \qquad \sum F_T = ma_T$$

Obtenemos

$$\sum F_T = mv\frac{dv}{ds}$$

O bien

$$\sum F_T\, ds = mvdv$$

Integrando desde la posición s_1 en la cual la rapidez del cuerpo es v_1, hasta la posición s_2 en donde la rapidez del cuerpo es v_2 obtenemos:

$$\sum \int_{S1}^{S2} F_T\, ds = \int_{V1}^{V2} mvdv$$

La primera integral solo se puede resolver cuando se conozcan cada una de las fuerzas tangenciales F_T en función de la posición; es decir, hasta que no se conozcan todas las $F_T = F_T(s)$ que participan en la sumatoria.

La segunda integral si se puede realizar considerando a la masa como constante:

$$\sum \int_{S1}^{S2} F_T\, ds = m\frac{v^2}{2}\Big|_{V1}^{V2}$$

$$\sum \int_{S1}^{S2} F_T\, ds = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (4.1)$$

El primer término de esta ecuación representa la suma de los trabajos hechos por todas las fuerzas que están actuando sobre el cuerpo a lo largo del recorrido que empieza en s_1 y termina en s_2. En el segundo término, los sumandos $\frac{1}{2}mv_1^2$ y $\frac{1}{2}mv_2^2$ representan la energía cinética del cuerpo al inicio y al final del proceso en el que se realiza trabajo y cuyo resultado es, precisamente, el cambio de la energía cinética del cuerpo. Esta ecuación es la que se conoce como principio del trabajo y la energía y también puede escribirse de manera resumida como:

$$\Sigma U_{1-2} = E_{C2} - E_{C1} \qquad (4.1')$$
$$\Sigma U_{1-2} = \Delta E_C$$

La suma de los trabajos = Cambio de energía cinética

A continuación profundizaremos en cada uno de los términos aquí esbozados, para posteriormente, retomar la ecuación 4.1 y aplicarla a la solución de problemas.

4.2 Concepto de trabajo.

En esta parte nos concentraremos en la parte del primer término que está dentro de la integral; es decir, en el producto $F_T\, ds$, que evidentemente es el trabajo diferencial de la fuerza *F cuando la partícula realiza un desplazamiento ds*, y se denota por *dU* .

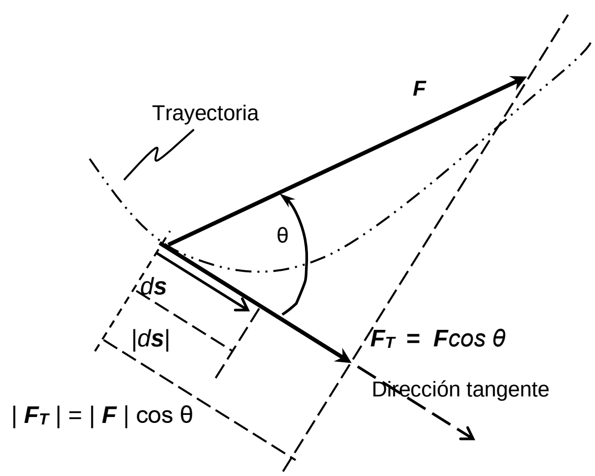
Consideremos una partícula moviéndose a lo largo de una trayectoria S bajo la acción de una fuerza F cualquiera. F es *una* de las fuerzas que están aplicadas al cuerpo, y no necesariamente la única.

Decimos que la fuerza F hace un trabajo infinitesimal dU cuando la partícula se mueve un desplazamiento ds y lo definimos como:

> ***El trabajo infinitesimal dU es el producto de la magnitud de la componente de la fuerza en dirección del movimiento, por la magnitud del desplazamiento.***

Es decir: $dU = F_T ds = (F\cos\theta)ds = |\mathbf{F}|\cos\theta\,|\mathbf{ds}|$ (4.2)

(Nótese que los vectores están escritos en negritas)



El trabajo infinitesimal dU es el producto de la magnitud de la componente de la fuerza en dirección del movimiento por la magnitud del desplazamiento.

$$dU = F_T ds = (F\cos\theta)ds$$
$$dU = \left|\vec{F}\right|\cos\theta\left|\vec{ds}\right|$$

Donde θ es el ángulo entre los vectores ***F*** y ***ds*** medido en sentido positivo; es decir, en sentido contrario al giro de las manecillas de un reloj. Su valor puede variar de cero a 180 grados:

$$0^\circ \le \theta \le 180^\circ$$

Puesto que en la expresión anterior únicamente intervienen las magnitudes de los vectores ***F*** y ***ds;*** entonces, ***El trabajo es un escalar cuyo signo solo depende del coseno de θ***

Lo anterior se hace evidente escribiendo la ecuación en la siguiente forma:

$$dU = |\mathbf{F}|\,|\mathbf{ds}|\cos\theta = F\,ds\cos\theta \qquad (4.3)$$

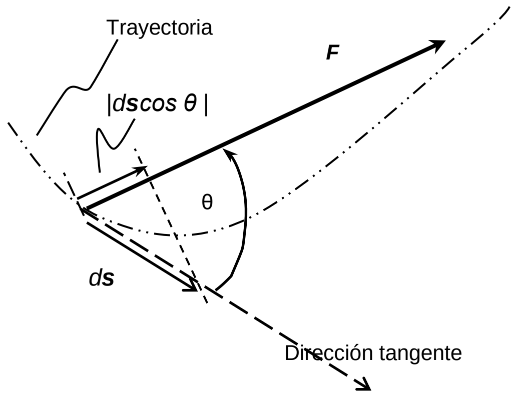
Que identificamos como el producto escalar o punto de los vectores ***F*** y ***ds***

$$dU = \mathbf{F} \bullet \mathbf{ds} \qquad (4.4)$$

Y por ser conmutativo, también se puede expresar como:

> ***El producto de la magnitud de la fuerza por la magnitud de la componente del desplazamiento en dirección de la fuerza***

$$dU = |\mathbf{F}|\,(\,|d\mathbf{s}|\cos\theta\,) = F\,(\,ds\cos\theta\,) \qquad (4.5)$$



El trabajo infinitesimal dU es el producto de la magnitud de la fuerza, por la magnitud de la componente del desplazamiento en dirección de la fuerza.

$dU = |\mathbf{F}|(|d\mathbf{s}|\cos\theta) = F(ds \cos\theta)$

Por lo tanto tenemos dos formas de calcular el trabajo de una fuerza:

Primera: proyectando la fuerza en dirección del desplazamiento:

$$dU = F_T ds = (F \cos\theta) \, ds \qquad (4.2)$$

Segunda: proyectando el desplazamiento en dirección de la fuerza:

$$dU = F (ds \cos\theta) \qquad (4.5)$$

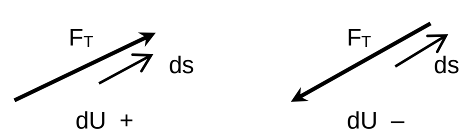
De las ecuaciones anteriores se desprende que:

Si	$0° \le \theta < 90°$	entonces	$\cos\theta > 0$	y	$du > 0$
	$90° < \theta \le 180°$	entonces	$\cos\theta < 0$	y	$du < 0$
	$\theta = 90°$	entonces	$\cos\theta = 0$	y	$du = 0$

En palabras: *Si el ángulo formado entre los vectores fuerza y desplazamiento:*

- Es *agudo*, entonces el coseno del ángulo es positivo y *el trabajo será positivo*.
- Si es *Obtuso*, entonces el coseno del ángulo será negativo y *el trabajo será negativo.*
- Si es *Recto*, entonces el coseno del ángulo vale cero y el *trabajo también vale cero.*

Dicho de otra manera: *si uno de los vectores y la proyección del otro tienen el mismo sentido, el trabajo es positivo, si tienen sentidos contrarios el trabajo es negativo*.



Además el trabajo vale cero en dos casos: cuando no hay fuerza en dirección del movimiento (F_T = 0), o cuando no hay movimiento (ds = 0).

Las unidades de trabajo son unidades de fuerza por unidades de longitud. De acuerdo con esto:

- En el sistema internacional (SI) la unidad de trabajo se forma por una fuerza de un newton que realiza trabajo durante un recorrido de un metro. Se le llama joule y se abrevia J. Entonces: *1J = 1N 1 m*
- En el sistema MKS técnico, la unidad de trabajo es el kilogramo (fuerza) multiplicado por el metro kg m o kg-m.
- En el inglés técnico la unidad de trabajo es la libra multiplicada por el pie lb pie o lb-ft.

Aunque el trabajo tiene las mismas unidades que el momento o torque, no existe ninguna relación entre ambos conceptos. ***El trabajo*** es el producto ***punto*** de la fuerza y el desplazamiento, y por lo tanto ***es un escalar***, mientras que *el momento* es el *producto cruz (o vectorial)* de la fuerza por el brazo de palanca, *y es un vector*. Para evitar confusiones en el sistema internacional se acordó medir el trabajo en joules y el momento en metro por newton (*m-N*).

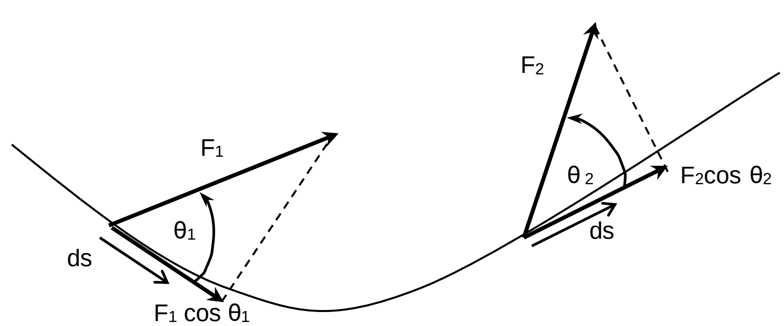
4.3 El trabajo producido por distintos tipos de fuerzas.

Hemos visto cómo se define el trabajo diferencial du, ahora estudiaremos algunos de los casos más comunes del trabajo de una fuerza.

El trabajo producido por una fuerza variable F aplicada a una partícula que se mueve desde la posición s1 hasta la posición s2 a lo largo de una trayectoria cualquiera, lo denotamos por $U_{1\text{-}2}$ (se lee: el trabajo U de 1 a 2) y se calcula integrando du

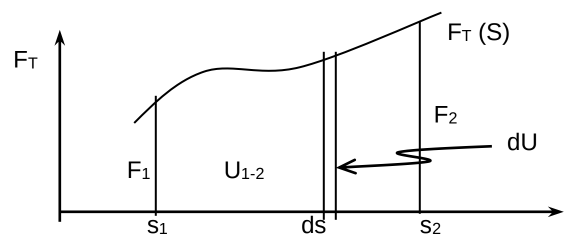
$$U_{1-2} = \int_1^2 du = \int_1^2 F_T\, ds = \int_1^2 (F\cos\theta) ds \qquad (4.6)$$

Donde la componente tangencial de la fuerza debe establecerse como una función de la posición, lo que implica que tanto la magnitud de la fuerza como el ángulo deberán expresarse en función de la posición, ya que en el caso más general, ambos varían.

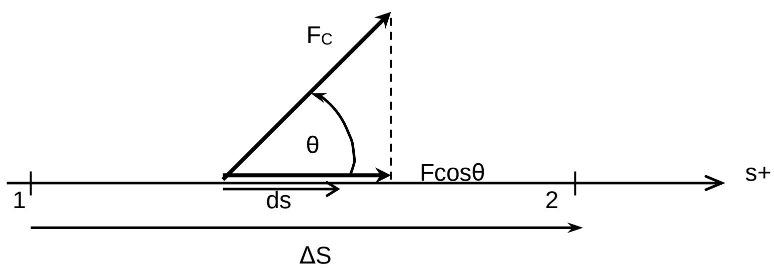


Es importante notar que el sistema de referencia debe ser tal que $s_2 > s_1$, es decir, *debe considerarse positivo el sentido del desplazamiento*. En caso contrario deberá agregarse un signo negativo al trabajo a fin de corregirlo.

El trabajo de una fuerza se puede representar gráficamente como el área bajo la gráfica de la fuerza F_T contra la posición.



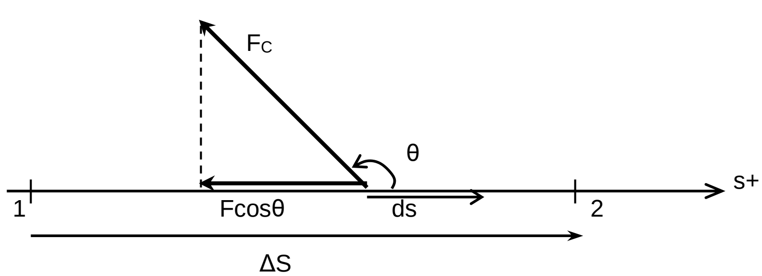
El trabajo de una fuerza constante F_C cuando la partícula se mueva a lo largo de una trayectoria recta.



$$U_{1-2} = \int_1^2 du = \int_1^2 F_T\, ds = \int_1^2 F\cos\theta\, ds = F\cos\theta \int_1^2 ds = F\cos\theta\,(s_2 - s_1) = F_T \Delta S$$
(4.7)

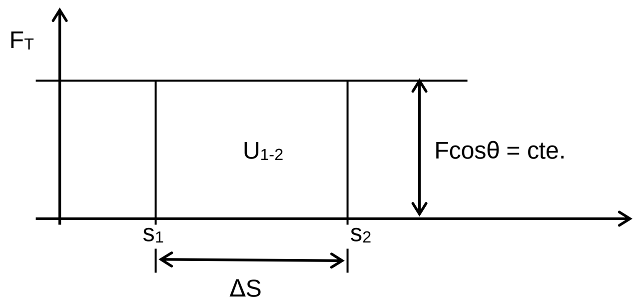
Obsérvese que el sistema de referencia ha sido escogido positivo en el sentido del desplazamiento. En estas condiciones, cuando el ángulo θ, formado por ***F*** y ***ΔS*** es agudo, la componente $\boldsymbol{F_T}$ tiene el mismo sentido que ***ΔS*** y el trabajo es positivo.

Si el ángulo θ es obtuso, la componente de la fuerza en dirección al desplazamiento $\boldsymbol{F_T}$ = F cos θ tiene sentido contrario al desplazamiento,

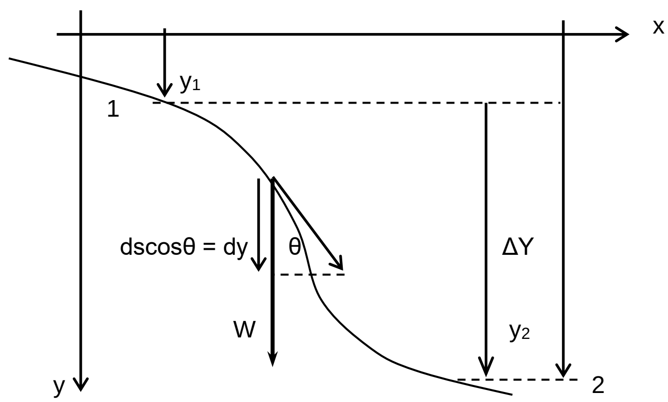


Y el trabajo será negativo, aunque la ecuación sea exactamente igual a la anterior, ya que el coseno de un ángulo mayor de 90° es negativo.

La representación gráfica se simplifica siendo el trabajo de 1 a 2, U_{1-2} el área de un rectángulo de alto F_T y base ΔS.



El trabajo de un peso a lo largo de una trayectoria cualquiera nos suministra un ejemplo en el que la fuerza es constante y la trayectoria curva. Consideremos un cuerpo que se mueve hacia abajo desde 1 hasta 2, por esta razón debemos elegir un sistema de referencia con sentido positivo hacia abajo como se muestra en la figura:

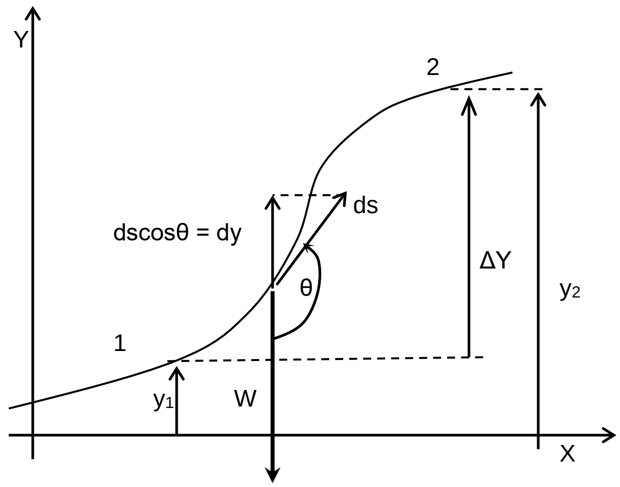


Observamos que la fuerza es constante, pero debido a la curvatura de la trayectoria, el desplazamiento tiene una orientación variable, es decir el ángulo θ cambia en cada punto, por ello es preferible encontrar la proyección del desplazamiento en dirección de la fuerza, es decir encontrar $dy = ds \cos\theta$, entonces. El trabajo realizado por el peso es:

$$U_{1-2} = \int_1^2 du = \int_1^2 W(ds\,cos\,\theta) = W\int_1^2 dy = W(y_2 - y_1) = W\Delta Y \quad (4.8)$$

Dado que ***W*** y ***Δy*** tienen el mismo sentido, el trabajo es positivo.

Consideremos ahora un cuerpo que se mueve hacia arriba a lo largo de una trayectoria cualquiera y veamos que trabajo hace el peso del cuerpo cuando se mueve de 1 a 2. El sistema de referencia adecuado a este caso es uno cuyo eje vertical considere positivo hacia arriba. (El sentido del eje horizontal realmente no importa debido a que el peso no hace trabajo en esa dirección por ser perpendicular a ella).



El trabajo realizado por el peso es:

$$U_{1-2} = \int_1^2 du = \int_1^2 W(ds\, cos\, \theta) = W \int_1^2 dy = W(y_2 - y_1) = W\Delta Y$$

(4.8)

Observemos que el peso ***W*** y el desplazamiento ***Δy*** tienen sentidos contrarios, por lo cual el trabajo debe ser negativo.

Resumiendo:

> ***El trabajo de un peso es igual al producto del peso por el desplazamiento vertical U_W = WΔy no depende de la trayectoria sino únicamente del cambio de altura Δy. Es positivo si el cuerpo baja y negativo si el cuerpo sube.***

El trabajo de una fuerza elástica.

Al tratar con fuerzas que dependen de la posición o el desplazamiento, como son las fuerzas elásticas, es donde se percibe el potencial del método del trabajo y la energía. Pero antes de entrar a estudiar el *trabajo de un resorte* (que es el caso más sencillo de fuerza elástica) es conveniente recordar cómo es la

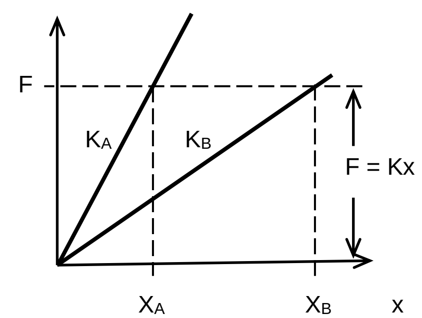
Fuerza de un resorte.

La magnitud de la fuerza elástica de un resorte F_E es directamente proporcional a la deformación X de dicho resorte y está descrita por la siguiente ecuación conocida como la Ley de Hook.

$$F_E = K X \qquad (4.9)$$

Donde X es la deformación del resorte medida en unidades de longitud y K es una constante para cada resorte llamada rigidez (algunos autores le llaman módulo de Young, y otros le colocan un signo negativo; nosotros le asignaremos el signo de acuerdo con el DCL y el sistema de referencia).

Ley de Hook:
"*La magnitud de la fuerza elástica es directamente proporcional a la deformación".*

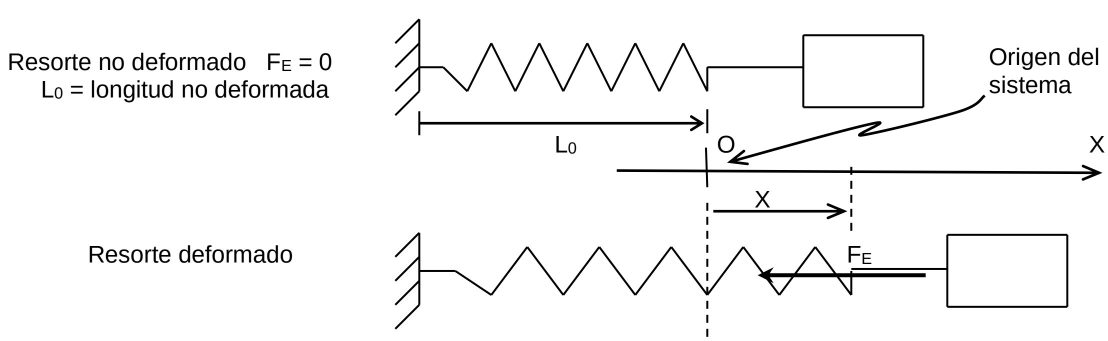
Observamos que la ecuación de la Ley de Hook tiene la forma ***y=mx***, es decir, el de una línea recta que pasa por el origen con pendiente K. En la figura se observa que el resorte con mayor rigidez K_A alcanza la misma fuerza que el de rigidez K_B con una menor deformación	

Las unidades de la rigidez son unidades de fuerza por cada unidad de longitud

$$[K] = [F_E / X]$$

[K] = N / m en el sistema internacional.
[K] = kg / m en el sistema MKS técnico.
[K] = lb / ft en el sistema Inglés técnico.

Para que la deformación del resorte pueda ser medida simplemente como X es necesario escoger un sistema de referencia que tenga su origen en la longitud original L_0 del resorte, es decir en su tamaño no deformado como se muestra en la figura:



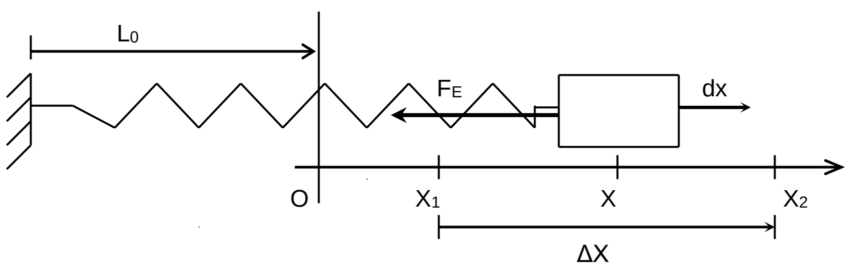
Deformación del resorte
$\Delta L = X$

La fuerza elástica actúa siempre en el sentido para que el resorte recupere su longitud original; es decir en el sentido en que se disminuye la deformación. Dicho de otra forma, la fuerza de un resorte siempre se resiste a la deformación del mismo. Por ello algunos autores le agregan un signo negativo a la ec. 4.9. Nosotros preferimos determinar la magnitud de la fuerza $F = Kx$ y luego el signo del trabajo como se explica más adelante.

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores ya estamos en condiciones de plantear el trabajo de una fuerza elástica de un resorte lineal.

Trabajo de la fuerza elástica de un resorte.

Consideremos un cuerpo sobre el que está actuando un resorte y que se desplaza desde una posición X_1 que corresponde a una deformación previa del resorte, hasta la deformación "final" X_2



Por sencillez consideraremos el origen del sistema de referencia en la longitud original del resorte. En estas condiciones el trabajo de la fuerza elástica es:

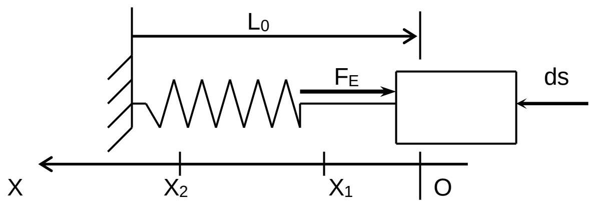
$$U_{1-2} = \int_1^2 dU = \int_1^2 F_T\, dx = \int_{X1}^{X2} (F_E \cos\theta)\, dx = \int_{X1}^{X2} (KX \cos\theta) dx$$

En este caso el ángulo θ es constante e igual a 180° puesto que $\boldsymbol{F_E}$ y $\boldsymbol{dx}$ tienen sentidos contrarios; entonces el coseno de θ vale – 1 y puede salir de la integral junto con la rigidez K, entonces

$$U_{1-2} = -K \int_{X1}^{X2} X dX = -\frac{K}{2}(X_2^2 - X_1^2) \qquad (4.\ 10)$$

Vemos que el trabajo es negativo puesto que el resorte ya alargado, una deformación X_1 continúa alargándose y la fuerza del resorte obviamente se resiste a ello; es decir la fuerza va en un sentido y el desplazamiento en sentido contrario. Si el cuerpo se moviera en el sentido de $\boldsymbol{F_E}$, es decir, en el que la deformación disminuye, el trabajo sería positivo, porque, en este caso, ambos vectores, F y X coinciden en sentido.

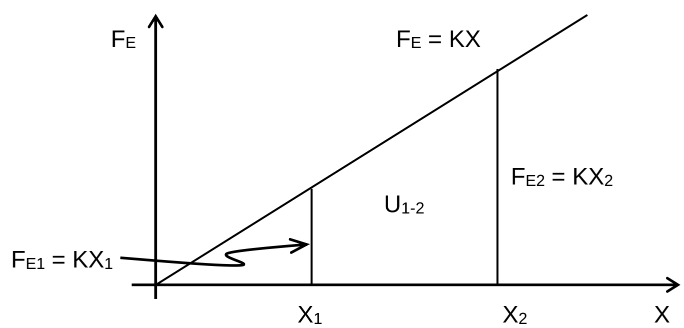
De manera similar, Si el resorte está comprimido y el cuerpo se mueve en el sentido de continuar deformando (comprimiendo) más al resorte, la fuerza elástica se opondrá a ello y el trabajo será negativo.



Pero si estando comprimido el resorte, el cuerpo se mueve en el sentido de recuperar su longitud original, (el mismo que la fuerza) entonces el trabajo será positivo.

Ejercicio: Realiza dos dibujos para ilustrar los dos casos en que el trabajo es positivo.

Una manera conveniente de representar el trabajo de un resorte es mediante la gráfica de F_E contra X, que es una recta con pendiente K que pasa por el origen, ya que la fuerza de un resorte F = KX, tiene la forma de la ecuación y = mx. En donde el área bajo la recta limitada por X_1 y X_2 representa el trabajo realizado por la fuerza elástica, en ese rango.



Representación gráfica del trabajo de un resorte “lineal”

De acuerdo con la fórmula geométrica para calcular el área de un trapecio.

$$U_{1-2} = (KX_2 + KX_1)(X_2 - X_1)\frac{1}{2} = \frac{K}{2}(X_2 + X_1)(X_2 - X_1)$$

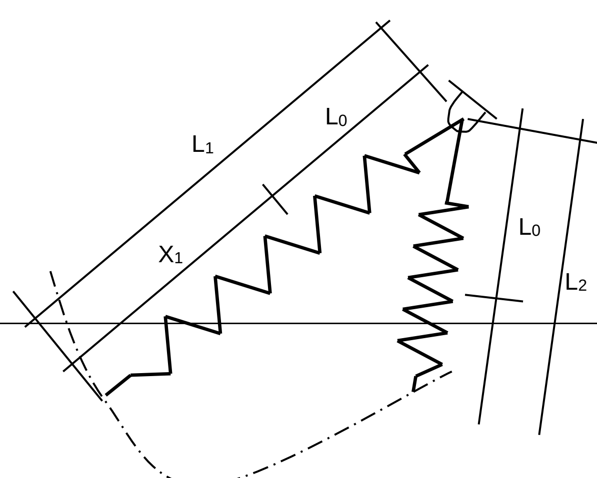
Llegamos a la misma ecuación:

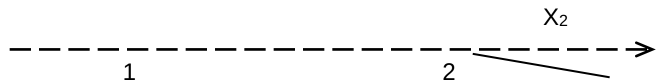
$$U_{1-2} = \frac{K}{2}(X_2^2 - X_1^2) \qquad (4.10)$$

Finalmente es interesante observar que el trabajo de un resorte solo depende de las posiciones donde inicia y donde termina de hacer trabajo, o mejor dicho ***de las deformaciones inicial y final***, y no de la trayectoria seguida por el cuerpo.

El trabajo de un resorte es igual para cualquier trayectoria, solo depende de las deformaciones inicial y final.

Nótese que en cada posición, la deformación es la diferencia de la longitud



del resorte en esa posición menos su longitud original: $X_1 = L_1 - L_0$ $X_2 = L_2 - L_0$		

Repetimos la recomendación de ser cuidadosos en el dibujo, para poder representar adecuadamente ***las deformaciones en cada punto***.

4.4 El principio del trabajo y la energía.

Para aplicar este principio al análisis del movimiento de una partícula regresaremos a la Ec. 4.1

$$\sum \int_{S1}^{S2} F_T\, ds = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (4.1)$$

Ya hemos visto que el producto F_T ds dentro de la integral es el trabajo diferencial dU, También indicamos la forma de calcular el trabajo para distintos tipos de fuerzas, esto es realizando la integral $U_{1-2} = \int_1^2 dU = \int_{s1}^{s2} F_T\, ds$, para cada fuerza, solo nos falta indicar que sobre un cuerpo pueden estar actuando varias fuerzas y que cada una de ellas puede realizar trabajo cuando el cuerpo se desplaza; entonces, cuando queremos analizar el movimiento de un cuerpo por el método del trabajo y la energía debemos calcular el trabajo de cada una de las fuerzas que estén actuando sobre el cuerpo para después sumar todos los trabajos:

$$\Sigma U_{1-2} = U_{F1} + U_{F2} + \ldots + U_{FN} = \int_{S1}^{S2} F_{T1}\, ds + \int_{S1}^{S2} F_{T2}\, ds + \ldots + \int_{S1}^{S2} F_{TN}\, ds$$

(4.11)

O sea

$$\Sigma U_{1-2} = \Sigma \int_{S1}^{S2} F_T ds \qquad (4.12)$$

Este trabajo total, "resultante" o suma de trabajos que actúa sobre el cuerpo, es el que ocasiona que la energía cinética que tiene el cuerpo cambie de $\frac{1}{2}mv_1^2$ a $\frac{1}{2}mv_2^2$.

Si representamos a la energía cinética por E_C, entonces podemos escribir la ecuación 1 en forma resumida:

$$\Sigma U_{1-2} = E_{C2} - E_{C1} \qquad (4.13)$$

O bien: $$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2} \qquad (4.13´)$$

Que nos dice que:

> ***La energía cinética de una partícula al inicio de un proceso, más la suma de todos los trabajos realizados sobre la partícula a lo largo de la trayectoria, es igual a la energía cinética al final del proceso.***

Las unidades de la energía cinética son:

En el sistema Internacional $kg\left(\frac{m}{s}\right)^2 = \left(\frac{kg*m}{s^2}\right)*m = N*m = N-m$

En el sistema MKS técnico $UTM\left(\frac{m}{s}\right)^2 = \left(\frac{kg*s^2}{m}\right)\left(\frac{m^2}{s^2}\right) = kg*m = kg-m$

En el inglés (técnico) $Slug\left(\frac{ft}{s}\right)^2 = \left(\frac{lb*s^2}{ft}\right)\left(\frac{ft^2}{s^2}\right) = lb*ft = lb-ft$

Lo que significa que la energía tiene las mismas unidades que el trabajo y la ec. 4.1 es homogénea en sus unidades.

Por otro lado resulta claro que la energía cinética siempre es una cantidad positiva ya que el sentido de la velocidad no importa por estar elevada al cuadrado.

4.5 El principio del trabajo y la energía para un sistema de partículas.

Un sistema de partículas se define como un conjunto de partículas relacionadas entre sí. En este caso la energía cinética al inicio y al final de un proceso se obtiene sumando las energías cinéticas de todas las partículas, en el cálculo del trabajo deben tomarse en cuenta todas las fuerzas internas del sistema y las externas al mismo. Esto lo representamos por la ec:

$$\Sigma E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = \Sigma E_{C2} \qquad (4.14)$$

Cuando las partículas están conectadas por uniones indeformables como barras rígidas o atracciones moleculares de los sólidos rígidos, el producto del trabajo de las fuerzas internas es cero, debido a que se presentan por pares iguales y opuestos y se desplazan lo mismo. Pero si están unidas por conexiones elásticas, al moverse, pueden recorrer diferentes desplazamientos, en este caso sí deben tomarse en cuenta los trabajos de las fuerzas internas. Por otro lado, si las partículas están conectadas por cuerdas y poleas se pueden obtener las relaciones de posiciones, desplazamientos y velocidades por los métodos cinemáticos ya conocidos.

Procedimiento de análisis:

El principio del trabajo y la energía simplifica el análisis de problemas cinéticos que involucren conceptos de fuerza, desplazamiento y velocidad. Su aplicación puede resumirse en dos pasos:

1.- Trazar un diagrama de cuerpo libre en un punto intermedio de la trayectoria que ayude a encontrar ΣU_{1-2}. Debemos recordar que el sistema de referencia debe ser inercial (o sea sin aceleración) y considerar positivo el sentido del desplazamiento, para que se cumpla aquello de que las fuerzas positivas hacen trabajo positivo y las negativas, negativo. Por otro lado, si alguna de las fuerzas solo está aplicada en parte del recorrido, es evidente que realiza trabajo solo en esa parte.

2.- Aplicar el principio del trabajo y la energía

$$\Sigma E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = \Sigma E_{C2}$$

Donde la energía cinética siempre es positiva. Es conveniente calcular por separado el trabajo de cada fuerza para después hacer la suma de todos los trabajos con el signo correspondiente.

Ejemplo 4.1. Un bloque de 15 kg se deja caer sobre un resorte que lo detiene al deformarse 10 cm, calcular la altura h desde la que cae. La rigidez del resorte es K = 19000 N/m.

Solución:
Ubicaremos el nivel de referencia en la posición no deformada del resorte. Aplicando el principio del trabajo y la energía desde 1 hasta 2 tenemos:

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + U_W - U_R = \frac{1}{2}mv_2^2 \qquad (1)$$

donde

$$E_{C1} = \frac{1}{2}mv_1^2 = 0$$

$$E_{C2} = \frac{1}{2}mv_2^2 = 0$$

$$U_W = W\Delta Y$$

$$U_W = W(h+x) = mg(h+x) = 15(9.81)(h+0.1)$$

$$U_W = 147.15h + 14.7$$

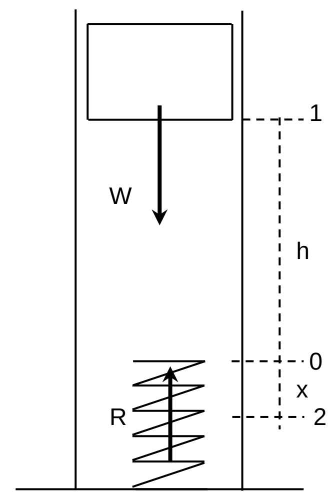
como el resorte trabaja desde su posición no deformada, (o sea, de 0 a 2) la gráfica del trabajo tiene forma de triángulo y el trabajo del resorte es:

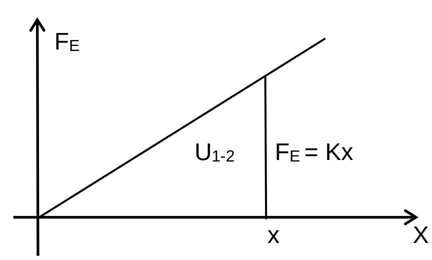
$$U_R = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}19000(0.1)^2 = 95 \text{ [N-m]}$$

sustituyendo en (1)

$$0 + 147.15h + 14.7 - 95 = 0$$

$$h = 0.55 \text{ [m]}$$





Ejemplo 4.2. Otra posibilidad típica de este tipo de problemas es: A) Calcular la deformación del resorte necesaria para frenar un bloque que se mueve en determinadas condiciones. En este ejemplo: m = 25 Kg; v_1= 8 m/s; h = 1.2 m; K = 14 KN/m.
B) determinar la velocidad máxima. C) comparar con la velocidad justo antes de tocar el resorte

Solución: A) Ubicamos el origen del sistema de referencia en la posición no deformada del resorte. Aplicamos el principio del trabajo y la energía de 1 a 2:

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + U_W - U_R = \frac{1}{2}mv_2^2 \qquad (1)$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}25(8)^2 = 800J$$

$$U_W = W\Delta Y = mg(h + x_2) = 25(9.81)(1.2 + x_2)$$

$$U_W = 294.3 + 245.25x_2$$

$$U_R = \frac{1}{2}Kx_2^2 = \frac{1}{2}14000x_2^2 = 7000x_2^2$$

Sust. En 1

$$800 + 294.3 + 245.25x_2 - 7000x_2^2 = 0$$

$$1094.3 + 245.25x_2 - 7000x_2^2 = 0$$

$$x_2 = 0.413m$$

Nota. En este caso la raíz negativa no tiene significado físico.

B) La velocidad máxima se presenta cuando la aceleración vale cero, y esto sucede cuando la suma de fuerzas vale cero. Esto ocurre en un punto 3 intermedio entre 0 y 2

$$\Sigma F_Y = W - R = 0$$

$$R = Kx_3 = W$$

$$x_3 = \frac{W}{K} = \frac{25(9.81)}{14000} = 0.0175m$$

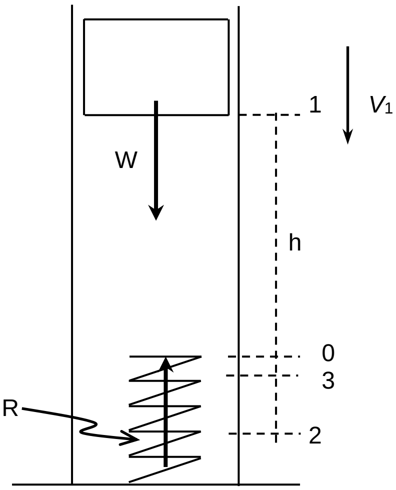
Es decir; cuando el resorte tiene esta deformación la velocidad es máxima. Para conocerla aplicamos trabajo y energía desde 1 hasta 3:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + U_W - U_R = \frac{1}{2}mv_3^2 \qquad (2)$$

Donde E_{c1} es la misma

$$U_W = W(h + x_3) = mg(h + x_3)$$

$$U_W = 25(9.81)(1.2 + 0.0175) = 298.592J$$



$$U_R = \frac{1}{2}Kx_3^2 = \frac{1}{2}14000(0.0175)^2$$

$U_R = 2.143J$

Sust. En 2

$$800 + 298.592 - 2.143 = \frac{1}{2}(25)v_3^2$$

$$v_3 = 9.366\, {}^{m}/_{s}$$

C) Por trabajo y energía de 1 a 0

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + U_W = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$800 + 25(9.81)1.2 = \frac{1}{2}(25)v_0^2$$

$$v_0 = 9.356\, {}^{m}/_{s}$$

Se observa que la velocidad aumentó muy poco de 0 a 3 ya que el resorte frenó rápidamente al bloque.

Ejemplo 4.3. Un bloque de 2 Kg se desliza hacia abajo de un plano inclinado, de manera que lleva una rapidez de 3 m/s al pasar por el punto1. La placa sin masa y los cables mantienen deformado al resorte 5 cm. Calcular la máxima deformación del resorte. Si d = 1.5 m desde 1 hasta la posición no deformada del resorte, θ = 40º, μ = 0.1 y K = 1200N/m.

Solución:

Ubicamos el origen del sistema de referencia en la posición no deformada del resorte, positivo en sentido del movimiento.

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$

$$E_{C1} + U_W - U_{Fr} - U_R = E_{C2} \qquad (1)$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(2)3^2 = 9 \quad [J]$$

$$E_{C2} = \frac{1}{2}mv_2^2 = 0$$

$$U_W = mgsen\theta(1.5 + x_2)$$

$$U_W = 2(9.81)sen40°(1.5 + x_2)$$

$$U_W = 18.92 + 12.61x_2$$

$$U_{Fr} = \mu N(1.5 + x_2)$$

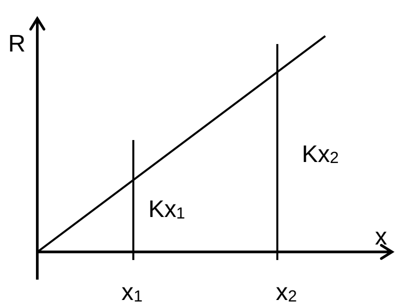
$$U_{Fr} = \mu mg\cos\theta\,(1.5 + x_2)$$

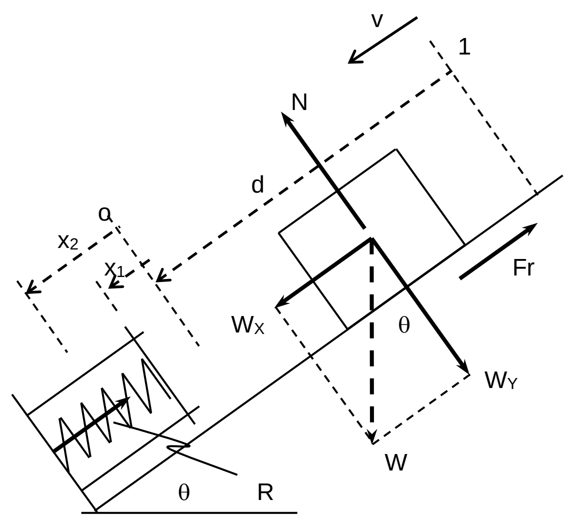
$$U_{Fr} = 0.1(2)9.81\cos 40°(1.5 + x_2)$$

$$U_{Fr} = 2.25 + 1.5x_2$$

Como el resorte está previamente deformado su trabajo es el área de un trapecio:

$$U_R = \frac{1}{2}(Kx_2 + Kx_1)(x_2 - x_1)$$





$$U_R = \frac{K}{2}(x_2^2 - x_1^2)$$

$$U_R = \frac{1200}{2}(x_2^2 - 0.05^2)$$

$$U_R = 600x_2^2 - 1.5$$

sustituyendo en (1)

$$9 + 18.92 + 12.61x_2 - 2.25 - 1.5x_2 - 600x_2^2 + 1.5 = 0$$

$$-600x_2^2 + 11.11x_2 + 27.17 = 0$$

$$x_2 = \frac{-11.11 \pm \sqrt{(11.11^2 - 4(-600)(27.17))}}{2(-600)}$$

$$x_2 = \frac{-11.11 \pm 255.6}{-1200}$$

$$x_2 = 0.222 \quad [\,\mathrm{m}\,]$$

Ejemplo 4.4. Los dos resortes mostrados se utilizan para impulsar al bloque hacia arriba del plano inclinado. Determinar la distancia máxima d a la que llega el bloque si se suelta desde el reposo en el punto donde el resorte exterior se ha deformado 0.4 m. Rigidez del resorte exterior K_E= 3 KN/m; Rigidez del resorte interior K_i = 5 KN/m; m = 2 Kg; μ =0.2; θ = 20°.

Solución:

Ubicamos el origen del sistema de referencia en la posición no deformada del resorte externo (punto "0") desde ahí medimos las deformaciones y la distancia d (de 0 a 2).

Aplicando trabajo y energía de 1 a 2

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$

$$0 + U_i + U_E - U_W - U_{Fr} = 0 \qquad (1)$$

$$U_W = mgsen\theta(0.4 + d)$$

$$U_W = 2(9.81)sen20^o(0.4 + d)$$

$$U_W = 2.684 + 6.71d$$

$$U_{Fr} = \mu N(0.4 + d)$$

$$U_{Fr} = \mu mg\, cos\, \theta\, (0.4 + d)$$

$$U_{Fr} = 0.2(2)9.81\, cos\, 2\, 0^o(0.4 + d)$$

$$U_{Fr} = 1.475 + 3.687d)$$

$$U_i = \frac{1}{2}K_i x_i^2 = 0.5(5000)0.25^2$$
$$= 156.25J$$

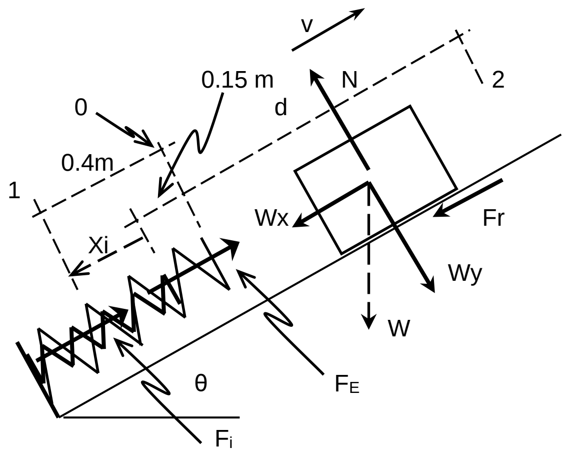
$$U_E = \frac{1}{2}K_E x_E^2 = 0.5(3000)0.4^2 = 240J$$

Sust. en 1

$$156.25 + 240 - 2.684 - 6.71d$$
$$-1.475 - 3.687d = 0$$

$$392.091 - 10.397d = 0$$

$$d = 37.712m$$



Como puede observarse los resortes solo trabajan en el tramo donde están en contacto con el bloque

Ejemplo 4.5. Un péndulo de 2Kg cuya cuerda mide L =0.8m, se suelta desde el reposo en la posición horizontal 1. Calcular:
a) la velocidad máxima del péndulo.
b) la tensión en el punto más bajo

Solución:
a) La velocidad máxima se encuentra en 2

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$
$$E_{C1} + U_W = E_{C2}$$

$$0 + mg\Delta y = \frac{1}{2} m v_2^2$$

cancelando la masa y despejando

$$v_2 = \sqrt{(2g\Delta y)}$$
$$v_2 = \sqrt{\big(2(9.81)(0.8)\big)}$$

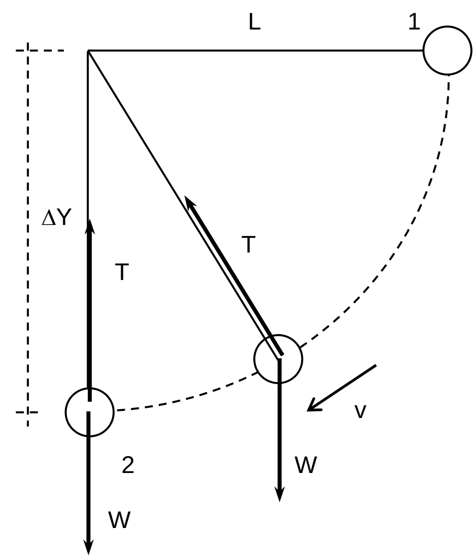
$v_2 = 3.96$ [m/s]

b) En el punto 2 la tensión y el peso son perpendiculares a la trayectoria, por lo cual no realizan trabajo, por lo mismo se utilizará la segunda ley de Newton en dirección normal o centrípeta, para determinar la tensión, pero utilizando la rapidez obtenida por trabajo y energía.

$$+\uparrow \Sigma F_N = T - W = m\frac{v^2}{\rho}$$

$$T - 2(9.81) = 2\,\frac{3.96^2}{0.8}$$

$$T = 58.82[N]$$



Ejemplo 4.6. Un bloque de 12 lb está en equilibrio, soportado por un cable y un resorte, en la forma indicada. Si la rigidez del resorte es K = 15 lb/in, y la tensión en el cable es 5 lb. Calcular: A) la máxima deformación del resorte después que el cable se ha cortado. B) la velocidad máxima.

Solución: ¿El resorte está estirado o comprimido? Para saberlo, analicemos el DCL en situación estática. Al hacerlo, nos damos cuenta que el resorte debe “ayudar” al cable a sostener el peso, ya que el cable solo carga 5 de las 12 lb.

Entonces, el resorte está comprimido para suministrar 7 lb y la longitud natural del resorte (que es donde localizaremos el origen del sistema de referencia) está por encima del punto 1.

Análisis estático:

$$\uparrow + \quad \sum F_Z = T - W + R = 0$$

$$R = -T + W = -5 + 12 = 7\ lb$$

Ahora podemos determinar la deformación inicial del resorte mediante la Ley de Hook

$$R = Kx_1 = 15x_1 = 7$$

$$x_1 = 0.467\ in = 0.0389\ ft$$

El DCL ya en situación dinámica y en una posición intermedia está representado en la tercera figura. Así podemos aplicar el principio del trabajo y la energía de 1 a 2 con unidades sistémicas

$$K = 15 lb/in = 180\, lb/ft$$

$$E_{C1} + U_w - U_R = E_{C2}$$

$$0 + W(x_2 - x_1) - \frac{K}{2}(x_2^2 - x_1^2) = 0$$

$$0 + 12(x_2 - 0.0389) - \frac{180}{2}(x_2^2 - 0.0389^2) = 0$$

$$-90x_2^2 + 12x_2 - 0.33047 = 0$$

$$x_2 = 0.09444\ ft$$

$$x_2' = 0.03887\ ft$$

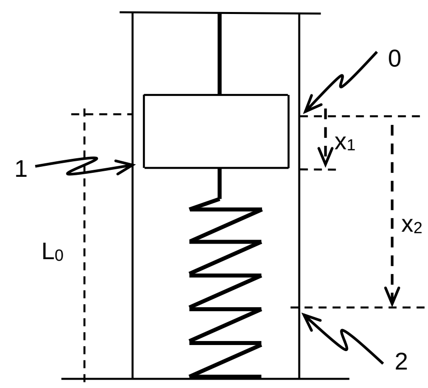
El segundo resultado nos remite a la situación inicial x_1 ya que es un punto donde los trabajos del peso y del resorte suman cero, porque ellos mismos valen cero, debido a que aún no hay desplazamiento. De manera que el primer resultado es el correcto.

La velocidad máxima ocurre en un punto x_3, intermedio entre 1 y 2. Aplicando Trabajo y Energía de 1 a x

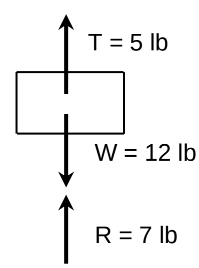
$$0 + W(x - x_1) - \frac{K}{2}(x^2 - x_1^2) = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v^2$$

$$0 + 12(x - 0.0389) - \frac{180}{2}(x^2 - 0.0389^2) = \frac{1}{2}\frac{12}{32.2}v^2$$

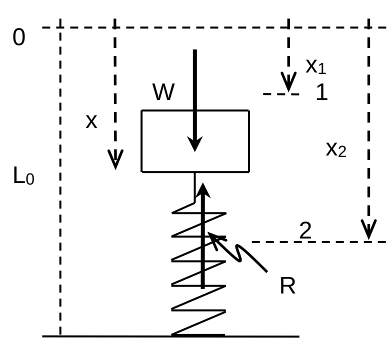
$$-483x^2 + 64.4x - 1.774 = v^2$$



DLC estático



DCL dinámico



Ejemplo 4.6. continuación

Cuando v sea máxima, v^2 también será máxima. Derivando e igualando a cero

$$483\frac{dx^2}{dx} + 64.4\frac{dx}{dx} - 0 = 0$$

$$483(2)x + 64.4 = 0$$

$$x_3 = \frac{64.4}{483(2)} = 0.06667\ ft$$

De manera que en este punto la velocidad será máxima. Para conocer su valor aplicamos trabajo y energía de 1 a 3

$$0 + W(x_3 - x_1) - \frac{K}{2}(x_3^2 - x_1^2) = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v_3^2$$

$$12(0.06667 - 0.0389) - \frac{180}{2}(0.06667^2 - 0.0389^2) = \frac{1}{2}\frac{12}{32.2}v_3^2$$

$$0.3336 - 0.2642 = 0.1863v_3^2$$

$$v_3 = 0.6103\ {}^{ft}/_{s}$$

De otra manera:
Analizando el DCL dinámico, vemos que en el momento en que se corta el cable, el peso 12lb es mayor que la fuerza del resorte 7 lb, de manera que el cuerpo se acelera hacia abajo aumentado su velocidad y desplazándose hacia abajo, con lo cual aumenta la fuerza del resorte, éste aumento continúa mientras el cuerpo se desplace hacia abajo.

De manera que hay un punto entre 1 y 2 en el cual las fuerzas W y R se igualan, pero solo por un instante, después del cual R sigue aumentando, el bloque se empieza a frenar y finalmente se detiene en 2 donde R es máxima.

En este proceso la aceleración pasa de un valor positivo, hacia abajo, donde la velocidad aumenta (mientras W>R) a un valor negativo, hacia arriba, donde la velocidad disminuye (cuando R>W) de manera que, en el instante en que

R = W

$$a = 0$$

Y la velocidad será máxima

Entonces, para encontrar este punto

$$R = W$$

Pero por ley de Hook

$$R = Kx = 180x = 12$$

$$x_3 = \frac{12}{180} = 0.06667\ ft$$

Con lo cual ya podemos aplicar trabajo y energía de 1 a 3 para conocer la velocidad máxima

Ejemplo 4.7. Una esfera de demolición de 600 Kg se balancea suspendida por un cable y soportada por una grúa. Si la esfera tiene una rapidez de 8m/s cuando está en el punto más bajo, encontrar el ángulo que el cable forma con la horizontal cuando v = 0 y la tensión en ese punto. R = 12 m

Solución:

Por trabajo y energía de 1 a 2

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$

$$E_{C1} + U_W = E_{C2}$$

$$0 + mg\Delta Z = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Delta Z = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{64}{2(9.81)} = 3.262m$$

$$d = R - \Delta Z = 12 - 3.262 = 8.738m$$

$$\alpha = arccos\frac{d}{R} = cos^{-1}\frac{8.738}{12}$$

$$\alpha = 43.27^o$$

$$\theta_1 = 90 - \alpha = 46.73^o$$

La tensión en 1 por 2ª Ley en dir. centrípeta

$$+\nearrow \; \Sigma F_N = T_1 - W_N = m\frac{v^2}{R} = 0$$

$$T_1 = W\,cos\,\alpha = 600(9.81)\,cos\,43.27^o$$

$$T_1 = 4285.78N$$

Este problema también se puede resolver por 2ª Ley en dirección tangencial:

$$+\searrow \; \Sigma F_T = W_T = ma_T$$

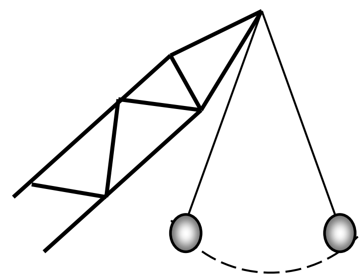
$$mg\,cos\,\theta = m\frac{vdv}{ds} = m\frac{vdv}{Rd\theta}$$

$$g\,cos\,\theta = \frac{vdv}{Rd\theta}$$

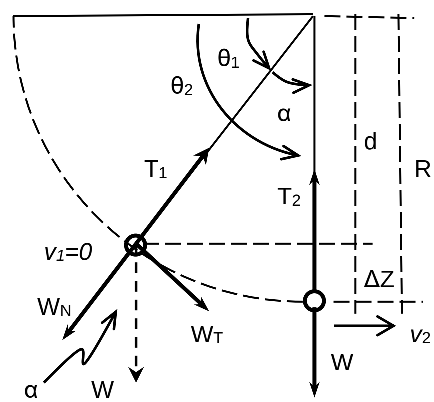
$$Rg\int_1^2 cos\,\theta\,d\theta = \int_1^2 vdv$$

$$Rg(sen\theta_2 - sen\theta_1) = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$sen90 - sen\theta_1 = \frac{1}{2Rg}(v_2^2 - 0)$$



Representamos el movimiento con el DCL



$$1 - sen\theta_1 = \frac{8^2}{2(12)9.81} = 0.2718$$

$$-sen\theta_1 = 0.2718 - 1$$

$$sen\theta_1 = 0.7282$$

$$\theta_1 = arcsen0.7282 = 46.73^o$$

Ejemplo 4.8. Un collarín liso de 25 Kg se encuentra sujeto a un resorte de K = 50 N/m y a un cable que le transmite una fuerza de 180N. Si en la posición 1 el resorte está estirado x_1 = 0.1m y el bloque se encuentra en reposo, encontrar la rapidez con que llega a la posición 2

Solución:

Las únicas fuerzas que trabajan son la del resorte R y la del cable F, el peso se anula con la normal y no hay fricción. Aplicamos trabajo y energía de 1 a 2

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$

$$0 + U_F - U_R = E_{C2} \qquad (1)$$

La magnitud del trabajo del resorte es

$$U_R = \frac{1}{2}K(x_2^2 - x_1^2)$$

$$U_R = \frac{1}{2}50(1^2 - 0.1^2) = 24.75J$$

Si quisiéramos calcular el trabajo de F encontrando la componente tangencial $F_T = F\,cos\,\theta$ para multiplicarla por Δx, se nos presentaría el problema que el ángulo es variable, para evitarlo podemos darnos cuenta que ese trabajo es igual al que hace F al final de la cuerda recorriendo un desplazamiento ΔL. En la tercera figura se destacan los elementos geométricos para calcular ΔL:

$$L_1 = \sqrt{1.2^2 + 0.5^2} = 1.3m$$

$$L_2 = \sqrt{0.3^2 + 0.5^2} = 0.583m$$

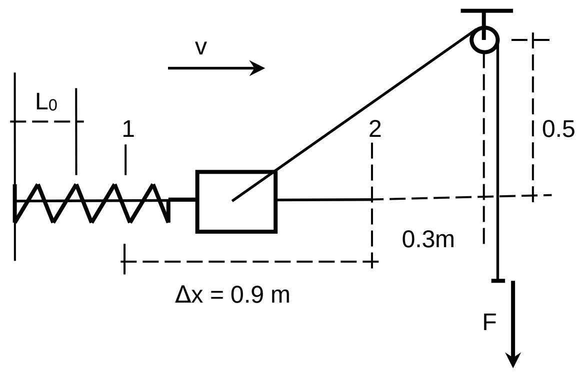
$$\Delta L = 1.3 - 0.583 = 0.717m$$

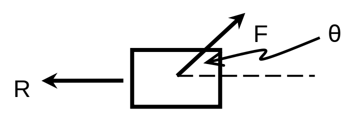
$$U_F = F\Delta L = 180(0.717) = 129.6J$$

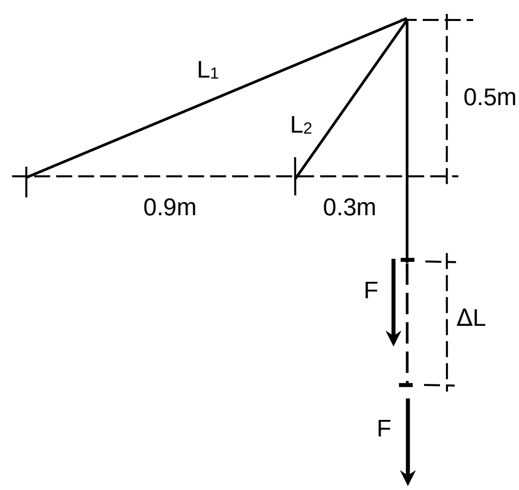
Sust. En 1

$$129.6 - 24.75 = \frac{1}{2}25v_2^2$$

$$v_2 = 2.88\, {}^{m}/_{s}$$







4.7 Potencia y eficiencia.

En muchas ocasiones es tan importante el tiempo en que se realiza un trabajo como la cantidad de trabajo en sí. Por ejemplo, cuando en una construcción es necesario mover una gran cantidad de tierra, se puede realizar por pocos trabajadores con pala y carretilla, lo que consumirá muchos días, si se necesita hacer en pocos días puede contratarse a más trabajadores, o utilizarse una pala mecánica para que el mismo trabajo se haga en horas. En los tres casos el trabajo es el mismo, la diferencia se encuentra en el tiempo utilizado para realizarlo. *La diferencia consiste en la* ***potencia***.

Concepto de potencia.

La potencia de una máquina o de un sistema se define como la relación (o cociente) del trabajo realizado entre el tiempo empleado para realizarlo:

Potencia promedio: $$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} \qquad (4.15)$$

Potencia instantánea $$P = \frac{dU}{dt} \qquad (4.16)$$

Si el trabajo se expresa mediante dU = ***F • ds*** entonces es posible escribir:

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{F \bullet ds}{dt} = F \bullet v \qquad (4.17)$$

O bien $$P = Fv\cos\theta \qquad (4.18)$$

Es decir, la potencia es el producto de la magnitud de la fuerza por la magnitud de la componente de la velocidad en dirección de la fuerza

De las ecuaciones anteriores se desprende que para una cantidad de trabajo dada se requiere mayor potencia para hacer ese trabajo en menor tiempo.

Por otro lado, para una potencia dada, la velocidad y la fuerza presentan una relación inversa; es decir: una mayor velocidad implica una fuerza menor, y la inversa, una fuerza mayor implica una velocidad menor.

Esto ocurre por ejemplo en el caso de la aceleración de un automóvil que tiene una potencia dada por la capacidad del motor y según el número de revoluciones. El tiempo que tarda en acelerar de cero a 100 km/hr es mucho menor que el que tarda en pasar de 100 km/hr a 200 km/hr, a pesar de que en ambos casos el motor se revolucione al máximo, (igual potencia), en el primer tramo el motor desarrolla una fuerza mucho mayor, por eso la aceleración es más grande. En el segundo caso, con una velocidad mayor, el motor genera una fuerza más pequeña, por eso es que la aceleración es menor. En este ejemplo, el efecto “a mayor velocidad, menor fuerza” se ve amortiguado por el cambio de la palanca de embrague o palanca “de velocidades”, si se acelera el auto sin mover la palanca, el efecto se notará más, así “en primera” el auto pasará en unos cuantos segundos de cero a 40 km/hr, pero no podrá pasar de 40 a 80 km/hr, por más que se revolucione el motor. Es interesante meditar esta situación para el caso de una bicicleta en donde el motor son nuestras piernas.

Las unidades de potencia son unidades de trabajo entre unidades de tiempo:

$$[P] = \left[\frac{Trabajo}{tiempo}\right] = \left[\frac{U}{t}\right]$$

En el sistema MKS absoluto o SI $[P] = \frac{J}{s} = \frac{N*m}{s} = watt = W$

En el MKS técnico $[P] = \frac{kg*m}{s}$

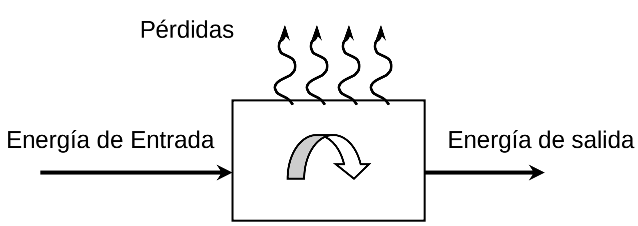
En el inglés técnico $[P] = \frac{lb*ft}{s}$

También existen otras unidades no sistémicas que se utilizan comúnmente, tales como los "*horsepower*" Hp y los caballos de vapor CV. Algunas equivalencias útiles son:

1Hp = 745.7 watts = 550 lb-ft/s = 76.01 kg-m/s = 1.0138 CV

Eficiencia.

Una máquina no produce su propia energía, por ello es necesario suministrarle constantemente energía en forma de combustible fósil, electricidad, fuerza mecánica, tracción animal, energía hidráulica o cualquier otra. Podemos decir que la función de una máquina es transformar la energía suministrada en trabajo "útil". En el proceso de transformación una parte de la energía que se suministra a la máquina es utilizada para mover su propia masa y otra se usa para vencer la fricción de las partes móviles la cual se disipa en el medio ambiente en forma de calor. Esto da por resultado que el trabajo "útil" o de salida de la máquina es menor que la energía que se le suministra o "de entrada". Esto se puede ilustrar de la siguiente manera:



Al cociente de energía de salida entre la energía de entrada se le conoce como **eficiencia *e, ε*** *(épsilon)* o también ***η*** *(nú)*

$$e = \varepsilon = \eta = \frac{Energía.de.salida}{Energía.de.entrada} = \frac{E_S}{E_E} \qquad (4.19)$$

Como podemos ver, la eficiencia es un número adimensional menor que la unidad, que indica el grado o nivel de aprovechamiento de la energía de entrada y la capacidad para transformarla en trabajo útil.

Si dividimos el numerador y el denominador de la expresión 4.19 entre el tiempo, obtenemos la eficiencia en términos de potencia:

$$e = \frac{Potencia.de.salida}{Potencia.de.entrada} = \frac{P_S}{P_E} \qquad (4.20)$$

La ***potencia de salida*** de un motor también se conoce como ***potencia "útil"*** ya que es la que el motor suministra a la máquina o al sistema para realizar un trabajo "útil". La ***potencia de entrada a un motor*** es la que se le debe suministrar mediante el combustible y *también se le llama* ***"nominal"*** debido a que es con la que se identifica el motor en la industria y el comercio.

La eficiencia es un concepto importante al momento de seleccionar maquinaria, ya que de dos máquinas con la misma ***potencia nominal*** (la de entrada), la de mayor eficiencia aprovechará mejor el combustible; es decir podrá realizar el mismo trabajo útil con menor suministro de energía de entrada, o bien, podrá hacer mayor cantidad de trabajo con una cantidad determinada de combustible. Otra manera de decirlo es que con la misma potencia nominal o de entrada, *la más eficiente tendrá mayor potencia de salida*.

En la práctica es importante mantener la visión integral, pues la eficiencia de un sistema no depende solo de la eficiencia individual de cada parte, sino de la integración adecuada de todo el sistema. Expliquémonos mejor: un sistema productivo está conformado por hombres, maquinaria, instalaciones y una organización productiva (cuando menos), de manera que el resultado final, la eficiencia del sistema, será resultado de la integración armoniosa de todas las partes.

Procedimiento de análisis:

Para calcular la potencia que un motor suministra a un sistema es conveniente ***determinar primero la fuerza que el motor aplica, para posteriormente multiplicarla por la velocidad en dirección de la fuerza,*** como lo indica la ecuación 4.18

$$P = Fv\,cos\,\theta$$

Para determinar la fuerza es adecuado elaborar el diagrama de cuerpo libre y aplicar la segunda ley del movimiento $\Sigma F = ma$.

Si el cuerpo está acelerado la velocidad estará cambiando, de manera que la ec. 4.18 dará la potencia instantánea para un valor determinado de velocidad.

Por lo anterior es común buscar la potencia máxima que ocurre con la velocidad máxima si la fuerza es constante.

En algunos casos también se puede calcular el trabajo y dividirlo entre el tiempo que se ha ocupado en realizarlo, de acuerdo con la ecuación 4.15.

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

El motor que suministra potencia a una máquina o sistema puede estar dentro o fuera de la máquina, lo cual no altera el tratamiento antes descrito.

La ***potencia útil, disponible o de salida*** de un motor se encuentra multiplicando la ***potencia suministrada, de entrada o nominal***, por la eficiencia.

$$P_S = P_E e$$

Ejemplo 4.9. Un camión cargado tiene una masa de 28 Mg. A) ¿Cuál será la potencia necesaria para subir una pendiente de α=12º con una rapidez constante de 80 km/hr?. B) Si el camión acelera a razón de 1 m/s^2 ¿Qué potencia se requiere a esa velocidad?. C) Si la eficiencia del motor es de 0.6 ¿cuál será la potencia nominal del motor?. Despreciar la resistencia del aire.

Solución:

m = 28 Mg = 28 000 000 gr = 28 000 kg

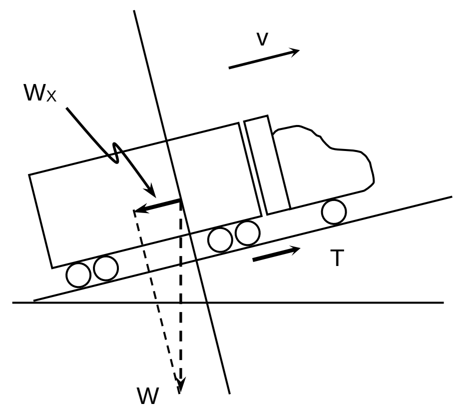
A) La fuerza de tracción T, es la fricción del pavimento sobre las llantas y es la que permite que el camión suba la pendiente. Se genera gracias a la interacción de las llantas y el pavimento y a la potencia del motor. Así debemos suponer que las llantas no resbalan sobre el pavimento.

Dado que la rapidez es constante, la aceleración vale cero. Aplicando la segunda Ley

$$\rightarrow \Sigma F_X = T - W_X = ma = 0$$
$$T = W_X = mgsen\alpha$$
$$T = 28000(9.8)sen12°$$
$$T = 57050\ [\,N\,]$$
$$v = 80\,\frac{km}{hr} = 22.22\,\frac{m}{s}$$

$$P = Fv = Tv = 57050(22.22) = 1267651$$

$$P = Tv = 1267651\ \ [\,\mathrm{W}\,]$$



$$P = 1267.6[kW]$$
$$P = 1267.6kW\left(\frac{1hp}{0.7457kW}\right) = 1699.8hp$$

B) Cuando el camión acelera la tracción T será mayor que la componente del peso:

$$\rightarrow\ \ \Sigma F_X = T - W_X = ma$$

$$T = ma + W_X = 28000(1) + 57050$$
$$T = 85050\ \ N$$

$$P = Fv = 85050(22.22) = 1889811\left[\frac{Nm}{s}\right]$$
$$P = 1890[kW] = 2534[hp]$$

Esta potencia es la que requiere el camión, es decir es la de salida.

C)
La potencia nominal del motor o de entrada (al motor) se despeja de:

$$e = \frac{P_S}{P_E}$$
$$P_E = \frac{P_S}{e} = \frac{1890}{0.6} = 3150[kW]$$

$$P_E = 4223[hp]$$

Ejemplo 4.10. El elevador E y su carga tienen una masa de 500 kg, y es izado por el motor M conectado con el cable y el sistema de poleas mostrado. El Bloque B de 100 kg sirve de contrapeso. Si la eficiencia del motor es de 0.6 ¿Qué potencia debe suministrársele al motor cuando el elevador sube a una rapidez constante de 3.5m/s?

Solución:

Por cinemática

$$3y_E - y_p = L$$

$$v_p = 3v_E = 3(3.5) = 10.5\, {}^{m}/_{s}$$

Como V_E Es constante las aceleraciones son 0.

Para B

$$+\downarrow \Sigma F_Y = W_B - T_2 = m_B a_B = 0$$

$$T_2 = W_B = m_B g = 100(9.8) = 980[N]$$

Para E

$$\downarrow \Sigma F_Y = W_E - T_2 - 3T_1 = 0$$

$$T_1 = \frac{T_2 - W_E}{-3} = \frac{980 - 500(9.8)}{-3}$$

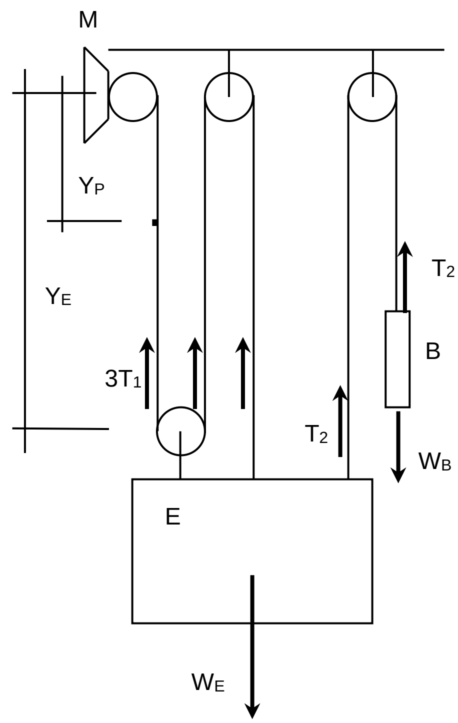
$$T_1 = 1306.7[N]$$

La potencia que el motor le suministra al elevador al jalar el cable con T_1 es la potencia de salida del motor, igual a la fuerza del motor por la velocidad del motor

$$P_S = Fv = T_1 v = 1306.7(10.5) = 13719[W]$$

la potencia de entrada al motor es

$$P_E = \frac{P_S}{e} = \frac{13719}{0.6} = 22867[W]$$



4.8 Fuerzas conservativas y energía potencial.

Una fuerza es conservativa si cumple las siguientes dos condiciones:

1. ***Solo depende de la posición*** de la partícula sobre la que está aplicada.
2. ***El trabajo hecho por dicha fuerza***, cuando la partícula se mueve de un punto a otro, ***es independiente de la trayectoria*** seguida por la partícula.

La fuerza de atracción gravitacional y la elástica son dos fuerzas que reúnen estas características.

Las fuerzas que no cumplen con las condiciones anteriores se llaman ***"no conservativas"*** tal es el caso de la ***fricción*** entre superficies sólidas y de la ***fricción viscosa,*** o ***viscosidad***, al interior de los fluidos o entre un fluido y un sólido. En ambos casos el trabajo realizado al mover un cuerpo de un punto a otro no será igual si se hace siguiendo una trayectoria corta que si se sigue una trayectoria larga, en esta última se hará un trabajo mayor. También es conocido el hecho que *al friccionarse dos superficies* *sólidas se calientan, es decir, debido a la fricción parte de la energía cinética del cuerpo se transforma en calor, el cual se disipa en el medio ambiente, de manera que se* ***"pierde"*** por parte del cuerpo.

Energía potencial.

Cuando una fuerza conservativa hace trabajo sobre una partícula, este trabajo se ***"almacena"*** *en forma de energía o trabajo* ***"en potencia"****, es decir, como la capacidad o la posibilidad de realizar un trabajo de la misma magnitud que el originalmente realizado.* Así por ejemplo, si se comprime un resorte, el trabajo utilizado para comprimirlo se queda *"almacenado"* en el propio resorte, de manera que cuando se libera, el resorte puede realizar un trabajo de la misma magnitud que el utilizado para comprimirle.

Llamamos ***Energía potencial*** *a la capacidad de un cuerpo para realizar un trabajo.* Le representaremos por E_P, (algunos autores utilizan V) y consideraremos dos tipos:

Energía potencial gravitacional E_{PG}. Es la capacidad que tiene un cuerpo (o partícula) para hacer trabajo debido a su peso y a su posición respecto a un nivel de referencia[1].

Si un cuerpo se localiza una distancia *z* por arriba del nivel de referencia, el cuerpo tiene una energía potencial gravitacional positiva E_{PG}

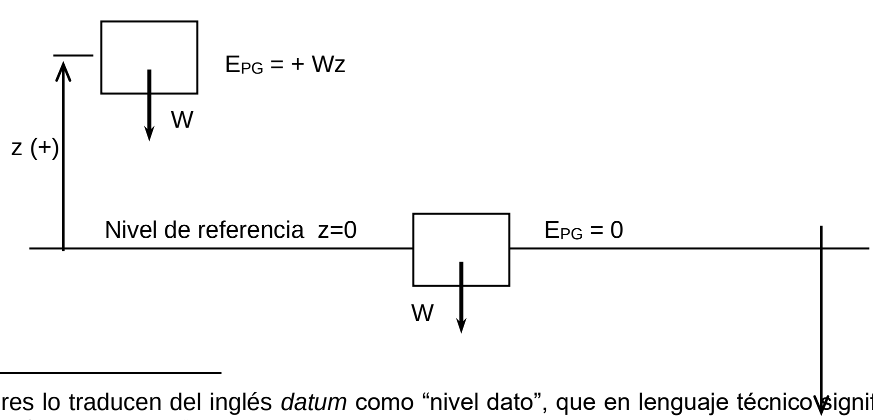
$$E_{PG} = Wz \qquad (4.21)$$

Debido a que tiene la capacidad de hacer trabajo positivo (el peso hace trabajo positivo) cuando regrese al nivel de referencia. Nótese que previamente el peso debió hacer un trabajo negativo al subir la distancia Z.

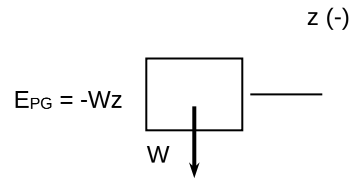
Si el cuerpo se localiza una distancia z por *debajo* del nivel de referencia, la energía potencial gravitacional será negativa debido a que el peso hace un trabajo negativo al regresar al nivel de referencia.

$$E_{PG} = -Wz \qquad (4.21')$$

Nótese que previamente el peso realizó un trabajo positivo, al bajar una distancia z,



[1] Algunos editores lo traducen del inglés *datum* como "nivel dato", que en lenguaje técnico significa banco de nivel o nivel de referencia como "nivel dato".



Energía potencial gravitacional

Sabemos que el trabajo del peso solo depende del cambio de altura, sin importar la trayectoria. Si el cuerpo sube, el trabajo del peso es negativo Ec. 3.8

$$U_W = -W(z_2 - z_1) = Wz_1 - Wz_2$$

Lo que también se puede expresar en función de la energía potencial gravitacional como

$$U_W = -W(z_2 - z_1) = Wz_1 - Wz_2 = E_{PG1} - E_{PG2} = -\Delta E_{PG} \qquad (4.22)$$

O sea que, cuando el cuerpo sube la energía potencial gravitacional aumenta, dicho de otra forma, ***el incremento de la energía potencial gravitacional tiene signo contrario al trabajo del peso.***

Si el cuerpo baja, el trabajo del peso es positivo pero el cambio de energía potencial gravitacional será negativo, ya que al bajar, el cuerpo pierde energía potencial. De manera que podemos concluir que: ***El trabajo hecho por el peso es el negativo del cambio de energía potencial***.

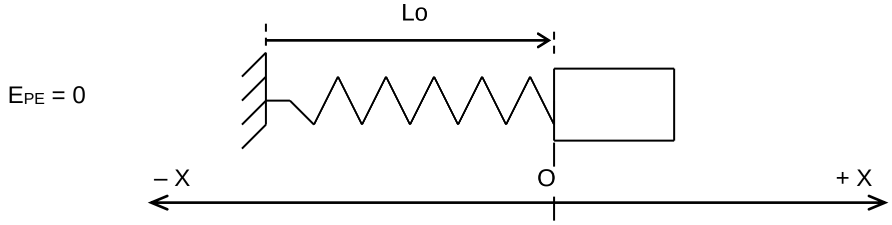
$$U_W = -\Delta E_{PG} \qquad (4.22')$$

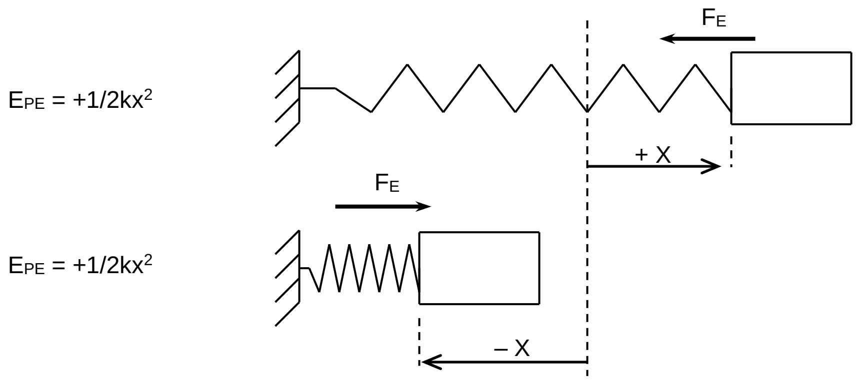
Energía potencial elástica E_{PE}, es la capacidad que tiene un cuerpo (o partícula) para hacer trabajo debido a que una fuerza elástica ha hecho trabajo previamente y éste ha quedado almacenado.

Cuando un resorte elástico unido a un cuerpo se alarga o se comprime (se deforma) una distancia x a partir de su longitud natural, la energía potencial elástica que el resorte le proporciona a la partícula puede expresarse como

$$E_{PE} = +\frac{1}{2}kx^2 \qquad (4.23)$$

La energía potencial elástica de un resorte deformado siempre es positiva, ya que la fuerza elástica tiene capacidad de hacer trabajo positivo cuando de la posición deformada regresa a la posición no deformada, esto se debe a que la fuerza elástica siempre tiende a regresar a la longitud natural.





Energía potencial elástica.

Nótese que para deformar el resorte, la fuerza elástica previamente realizó trabajo negativo. De manera que el trabajo de un resorte, que solo depende de las posiciones inicial y final. Ec. 3.10 puede expresarse en función de la energía potencial

$$U_R = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 = E_{PE1} - E_{PE2} = -\Delta E_{PE} \qquad (4.24)$$

En general, si un cuerpo está sujeto a la acción de ambas fuerzas, gravitacional y elástica, su energía potencial se puede expresar como la suma

$$E_P = E_{PE} + E_{PG} \qquad (4.25)$$

Y la suma de los trabajos de la fuerza gravitacional y elástica se puede expresar en función del cambio de energía potencial

$$\Sigma U_{1-2} = U_W + U_E = -\Delta E_{PG} - \Delta E_{PE} = -\Delta E_P \qquad (4.26)$$

4.9 Principio de conservación de la energía.

Tomando en cuenta lo anterior, *el principio del trabajo y la energía* ***cuando solo actúan fuerzas conservativas*** *puede escribirse*

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$
$$E_{C1} - \Delta E_{PG} - \Delta E_{PE} = E_{C2}$$
$$E_{C1} - (E_{PG2} - E_{PG1}) - (E_{PE2} - E_{PE1}) = E_{C2}$$
$$E_{C1} + E_{PG1} - E_{PG2} + E_{PE1} - E_{PE2} = E_{C2}$$

Ordenando términos queda:

$$E_{C1} + E_{PG1} + E_{PE1} = E_{C2} + E_{PG2} + E_{PE2} \qquad (4.27)$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2 + \frac{1}{2}kx_2^2 \qquad (4.27´)$$

Es decir: ***la suma de energía cinética más energía potencial gravitacional más la energía potencial elástica en uno es igual a la suma de energía cinética más energía potencial gravitacional más energía potencial elástica en dos***. O bien:

$$E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2} \tag{4.28}$$

La suma de energía cinética más potencial al inicio del movimiento es igual a la suma de la energía cinética más potencial al final del mismo.

También se puede escribir de manera resumida:

$$\sum E_1 = \sum E_2 \tag{4.28'}$$

Es decir, cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas conservativas: ***La suma de energías al principio y al final de un proceso son iguales,*** o dicho de otra manera, ***la suma de energías se mantiene constante.***

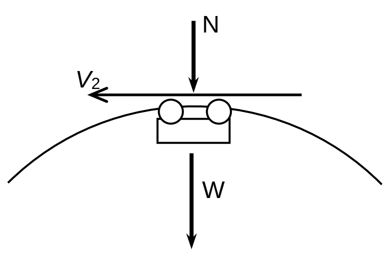
Esto se conoce como ***principio de conservación de la energía***, y podemos ver que es un caso especial del principio del trabajo y la energía. Es conveniente insistir, que la conservación de la energía *es aplicable* **únicamente** *cuando todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son* ***conservativas***.

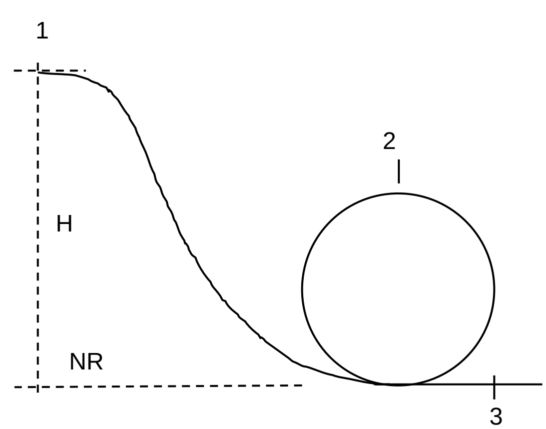
Procedimiento de análisis:

Se recomienda el siguiente procedimiento de tres pasos:
1.- Traza un diagrama mostrando la posición inicial y la posición final de la partícula, esto ayudará a calcular las distintas energías en cada una de las posiciones que interesan.
2.- Establece un sistema de referencia. Si la partícula tiene desplazamiento vertical es preferible que el origen del sistema o nivel de referencia coincida con alguna de las posiciones inicial o final de la partícula para que ahí la E_{PG} =0.
3.- Aplica el principio de la conservación de la energía, recordando que solo funciona si todas las fuerzas son conservativas.

Ejemplo 4.11. Un carro de montaña rusa de 300kg pasa por la cúspide 1 con una velocidad de 2 m/s. Suponiendo que no existe rozamiento: A) Calcular la altura mínima que debe tener para que circule por el rizo vertical de 10m de radio sin salirse de las vías. B) Encontrar la rapidez que tiene en 3.

Solución:
A) Colocamos el nivel de referencia en el punto más bajo.
Si la altura H es pequeña, la velocidad no será suficiente para completar el rizo. Si la altura H es muy grande la velocidad en 2 será grande, generándose una fuerza normal N de la vía sobre el carro. Ver el diagrama de cuerpo libre en 2





dividiendo entre m y sustituyendo valores

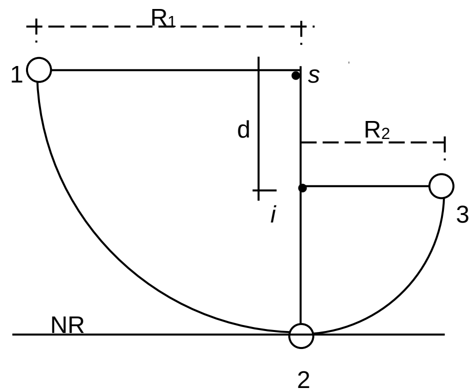
de manera que la velocidad mínima en 2 definirá la H min. Aplicando la 2ª Ley en dirección normal o centrípeta $+\downarrow\ \Sigma F = N + W = ma_N = m\frac{v^2}{\rho}$ Donde la rapidez mínima en 2 se encuentra cuando N = 0 $W = mg = m\frac{v^2}{\rho}$ $g = \frac{v^2}{\rho}$ $v_2 = \sqrt{(g\rho)} = \sqrt{(9.81 * 10)} = 9.9$ [m/s] Entonces aplicando conservación de la energía de 1 a 2 $E_{C1} + E_{PG1} = E_{C2} + E_{PG2}$ $\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2$		$\frac{1}{2}v_1^2 + gz_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gz_2$ $\frac{1}{2}(2^2) + 9.81z_1 = \frac{1}{2}(9.9^2) + 9.81(20)$ $z_1 = 24.79$ [m] B) Aplicando conservación de la energía de 1 a 3 $E_{C1} + E_{PG1} = E_{C3} + E_{PG3}$ $\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 + 0$ dividiendo entre m y sustituyendo valores $\frac{1}{2}2^2 + (9.81)24.79 = \frac{1}{2}v_3^2 + 0$ $v_3 = \sqrt{(490.3)} = 22.14$ [m/s]

Ejemplo 4.12. Una esfera de 3 kg se suelta desde el reposo en 1, colgando de una cuerda de 1.8m de longitud que está sujeta en el soporte superior *s*. Encontrar: A) la velocidad de la esfera cuando la cuerda topa con El soporte inferior *i*. B) La tensión en la cuerda justo antes de que tope con el soporte inferior C) La tensión inmediatamente después de topar con el soporte inferior D) La rapidez en 3. La distancia vertical entre los soportes es de d= 0.7 m.

Solución:

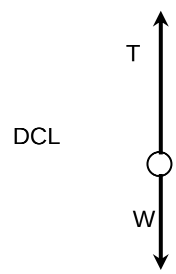
A) Situamos el nivel de referencia en 2. Aplicando conservación de la energía de 1 a 2

$$E_{C1} + E_{PG1} = E_{C2} + E_{PG2}$$
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2$$
$$0 + 3(9.8)1.8 = \frac{1}{2}3v_2^2 + 0$$
$$v_2 = \sqrt{(2*9.8*1.8)} = 5.94 \text{ [m/s]}$$



B) Las fuerzas sobre la esfera son la tensión T de la cuerda y el peso W. Aplicando la 2ª Ley en dirección normal y teniendo en cuenta de que antes que la cuerda tope con el soporte inferior, el radio es R_1

$$+\uparrow\ \Sigma F = T - W = ma_N = m\frac{v^2}{R_1}$$
$$T = 3\frac{5.94^2}{1.8} + 3(9.8) = 88.2 \text{ [N]}$$



C) Cuando la cuerda choca con el soporte inferior el radio es

$R_2 = R_1 - d = 1.8 - 0.7 = 1.1$ [m]

Entonces

$$+\uparrow\ \Sigma F = T - W = ma_N = m\frac{v^2}{R_2}$$
$$T = 3\frac{5.94^2}{1.1} + 3(9.8) = 125.6 \text{ [N]}$$

Nótese que la tensión aumenta debido a que al disminuir el radio, aumenta la aceleración normal, pero la rapidez es la misma.

D) Aplicando conservación de la energía de 2 a 3

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgz_3$$

cancelando la masa y sustituyendo

$$\frac{1}{2}(5.94^2) = \frac{1}{2}v_3^2 + 9.8(1.1)$$
$$v_3 = 3.70 \text{ [m/s]}$$

¿Se podría aplicar conservación de la energía de 1 a 3 y obtener el mismo resultado?

Ejemplo 4.13. El bloque mostrado tiene una masa de 200 kg y se suelta desde el reposo cuando está en contacto con los resortes que se encuentran en su longitud no deformada L_0. A) Calcular la máxima deformación de los resortes si la rigidez de ambos es K = 25 [kN/m]. B) Si después de oscilar se permite que el bloque llegue al reposo ¿cuál será la deformación de los resortes?

Solución:

A) Ubicamos el nivel de referencia en 1 coincidiendo con la posición no deformada del resorte. La máxima deformación se obtiene en 2 cuando v_2 = 0, en ese punto la energía potencial es negativa por estar debajo del nivel de referencia, entonces, aplicando conservación de la energía de 1 a 2

$$E_{C1} + E_{PG1} + E_{PE1} = E_{C2} + E_{PG2} + E_{PE2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$0 + 0 + 0 = 0 - mgx_2 + (\frac{1}{2}kx_2^2)2$$

$$-200(9.8)x_2 + (25000)x_2^2 = 0$$

Factorizando

$$[-200(9.8) + (25000)x_2]x_2 = 0$$

esto ocurre cuando x = 0 y cuando

$$[-200(9.8) + (25000)x_2] = 0$$

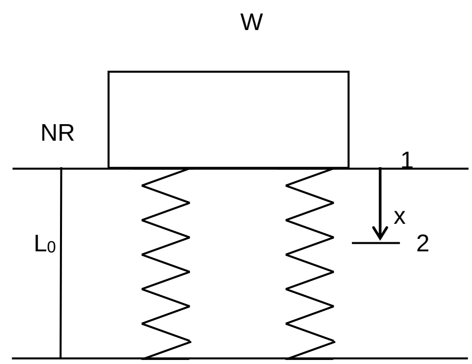
$$x_2 = \frac{1960}{25000} = 0.0784 \text{ [m]}$$

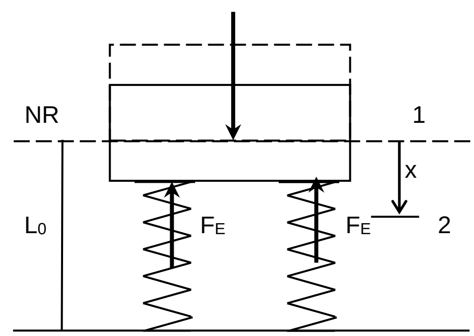
$$x_2 = 78.4 \text{ [mm]}$$

B) En el caso estático

$$+\uparrow \Sigma F = 2F_E - W = 0$$

$$F_E = \frac{W}{2} = \frac{mg}{2} = \frac{200(9.8)}{2} = 980 \text{ [N]}$$





[N]

Por la ley de Hook

$$F_E = kx$$

$$x = \frac{F_E}{k} = \frac{980}{25000} = 0.0392 \text{ [m]}$$

$$x = 39.2 \text{ [mm]}$$

Ejemplo 4.14. El collarín de 0.6 kg parte del reposo en 1 y se desliza por la varilla sin fricción hasta 2 bajo el efecto del resorte de K = 30 N/m. Calcular la velocidad con la que choca con 2.

Solución: Ubicamos el nivel de referencia en el punto 1.

Cuando el collarín está en 2, la longitud del resorte es L_2 = 0.4 m, y como su longitud no deformada L_0 = 0.35 m, significa que la deformación en ese punto es:

$$x_2 = L_2 - L_0 = 0.4 - 0.35 = 0.05m$$

La longitud del resorte en 1 será:

$$L_1 = \sqrt{0.5^2 + 0.6^2} = 0.781m$$

Y la deformación en 1 será

$$x_1 = L_1 - L_0 = 0.781 - 0.35 = 0.431m$$

Por conservación de la energía de 1 a 2

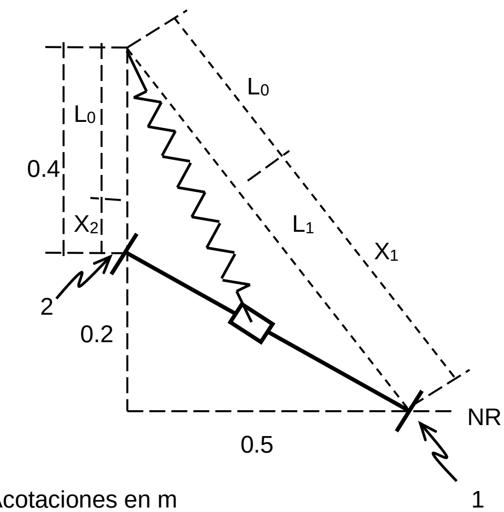
$$E_{PE1} = E_{PG2} + E_{PE2} + E_{C2}$$

$$\frac{1}{2}kx_1^2 = mgz_2 + \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\frac{1}{2}30(0.431)^2 = 0.6(9.81)0.2 + \frac{1}{2}30(0.5)^2 + \frac{1}{2}0.6v_2^2$$

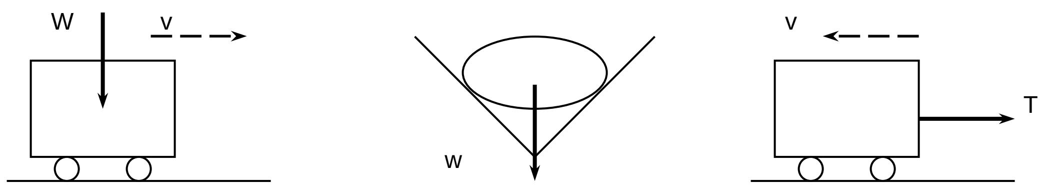
$$2.7867 = 1.177 + 0.0375 + 0.3v_2^2$$

$$v_2 = 2.289\, {}^{m}/_{s}$$



4.10 Cuestionario.

1. ¿Cuáles son los métodos de análisis de la Cinética?
2. ¿Cuáles son las dos ecuaciones a partir de las que se deduce el principio del trabajo y la energía?
3. Deduce el principio del trabajo y la energía
4. Enuncia el principio del trabajo y la energía
5. ¿Cuál es la ecuación más general que define el trabajo de una fuerza?
6. Hay dos formas de calcular el trabajo de una fuerza, ¿Cuáles son?, explícalas.
7. ¿Cuándo el trabajo es positivo y cuándo es negativo?
8. ¿En qué casos el trabajo vale cero?
9. Indica el signo del trabajo de las fuerzas indicadas en los siguientes diagramas.



U_W U_W U_T

10. ¿Cómo se calcula el trabajo de una fuerza variable a lo largo de una trayectoria cualquiera?
11. ¿Cómo se calcula el trabajo de una fuerza constante a lo largo de una trayectoria recta?
12. ¿De qué depende el signo del trabajo?
13. Elabora otros ejemplos donde el trabajo de las fuerzas sea positivo, negativo y cero.
14. ¿Cómo se representa gráficamente el trabajo?
15. ¿De qué depende el trabajo de un peso?
16. ¿Qué ecuación permite calcular el trabajo de un resorte “lineal”?
17. ¿Si el resorte es “no lineal” como se calcula el trabajo?
18. ¿Cómo es la gráfica del trabajo de un resorte que empieza a trabajar desde su situación no deformada?
19. ¿Cómo es la gráfica del trabajo de un resorte cuando empieza a trabajar desde una deformación previa?
20. Demostrar que las unidades de energía cinética son las mismas que las de trabajo.
21. Cuál es el signo de la energía cinética y por qué?
22. ¿Cuáles son los pasos del procedimiento de análisis de problemas de Cinemática por el método del trabajo y la energía?
23. Escribe la ecuación “expandida” y “condensada” del principio del trabajo y la energía.
24. ¿Qué ecuación representa el principio del trabajo y la energía para un sistema de partículas y que significa cada término?

4.11 Preguntas de opción múltiple:

Indica la respuesta o afirmación correcta

1.- El principio del Trabajo y la Energía se deduce a partir de las siguientes dos ecuaciones:
A) $\sum F_T = m\, a_T$ y $\sum F_N = m\, a_N$
B) La segunda Ley de Newton Integrada.
C) $\sum F_T = m\, a_T$ y $a dx = v dv$
D) $\sum F_N = m\, a_N$ y $a_N = \frac{v^2}{R}$

2.- El principio del Trabajo y la Energía plantea que:
A) La energía cinética de una partícula es igual al trabajo almacenado.
B) La energía no se crea ni se destruye, solo se transforma.
C) La suma de los trabajos realizados por un cuerpo es igual al cambio de energía cinética.
D) La suma de los Trabajos realizados por todas las fuerzas son iguales a la energía potencial gravitacional más la energía potencial elástica.

3.- El trabajo de un peso:
A) Depende de la trayectoria.
B) Es igual al producto del peso por la distancia horizontal.
C) Es igual al cambio de la energía cinética.
D) Es positivo si el cuerpo baja.

4.- El trabajo de un resorte:
A) Es negativo cuando se aumenta la deformación del resorte.
B) Es positivo cuando un resorte deformado previamente, se deforma aún más.
C) Es proporcional a la deformación y a la rigidez K.
D) Es negativo cuando la deformación disminuye.

5.- La gráfica del trabajo de un resorte lineal, que empieza a trabajar desde su longitud natural:
A) Tiene la forma de un trapecio.
B) Es una línea recta con pendiente K y que pasa por el origen.
C) Tiene la forma de un triángulo rectángulo.
D) Tiene un área que se puede conocer por la fórmula del trapecio.

6.- La fuerza de fricción y la viscosidad
A) Son ejemplos de fuerzas cuyo trabajo no se queda almacenado sino que se disipa al medio ambiente.
B) Son fuerzas que al hacer trabajo permiten recuperarlo en forma de energía potencial.
C) Son fuerzas que desaparecen cuando aplicamos el principio de conservación de la energía.
D) Son fuerzas conservativas.

7.- La energía potencial es:
A) El trabajo de las fuerzas conservativas realizado previamente y que ha quedado "almacenado" en el cuerpo.
B) La suma de energías cinética más elástica.

C) El complemento de la energía cinética.
D) El trabajo desarrollado previamente por el peso.

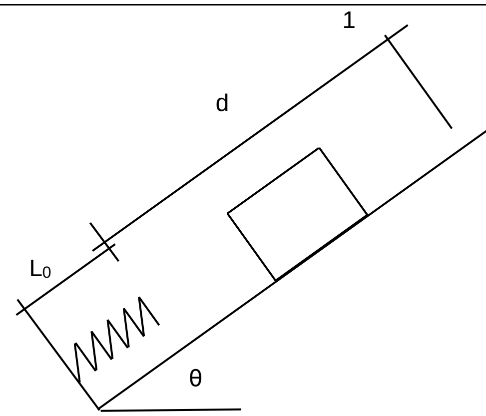
8.- El principio de conservación de la energía:
A) Es una versión integrada de la segunda Ley de Newton.
B) La suma de los trabajos es igual al cambio de energía cinética
C) El trabajo de un resorte se conserva con signo contrario.
D) Plantea que la suma de energías se mantiene constante pero que un tipo de energía se puede transformar en otro.

9.- Refiriéndonos a la potencia podemos decir que:
A) La potencia de un motor es el cociente del trabajo entre tiempo empleado para realizarlo
B) Es la capacidad de hacer trabajo.
C) Es el trabajo de salida entre el trabajo de entrada y siempre es menor que 1
D) Es una medida de la eficiencia, así al comparar dos motores con la misma eficiencia será mejor el más potente

10.- La eficiencia:
A) Es una medida del ahorro de energía.
B) Es el cociente de la potencia de entrada entre la potencia de salida.
C) Es un número dimensional y siempre es menor que la unidad.
D) Es una forma de comparar la potencia de una máquina o motor.

4.13 Ejercicios Propuestos

4.1 Considerando los datos del ejemplo 4.2 encontrar la rigidez del resorte si debe detener al bloque cuando se deforme A) 15 cm y B) 18 cm.
Sol: A) 100.5 KN/m; B) 70.27 KN/m.

4.2 Encontrar la máxima deformación del resorte que detiene al bloque que se desliza por el plano inclinado. m = 5 Kg; d 0 2 m; μ = 0.2; v_1 = 3.5 m/s; θ = 40°; K = 2500 N/m Resp. X= 0.26 m		

4.3 Un cuerpo de 8 Kg se deja caer sobre un resorte que lo detiene al deformarse 15 cm, calcular la altura desde la que cae el cuerpo. La rigidez del resorte es K = 7000 N/m. La figura es similar a la del ejemplo 4.2
Sol. H = 0.85 m

4.4.- El resorte mostrado se mantiene deformado 8 cm por la placa y los cables. Si el bloque de 70 kg tiene una velocidad de 2.5 m/s cuando pasa por 1 y al chocar con el resorte le ocasiona una deformación de 23 cm al instante en que se detiene, encontrar la rigidez del resorte. d = 0.8m; θ = 35°; μ_K =0.2; μ_S =0.3; Suponer que la placa y los cables no tienen masa. Resp. K=20905 N/m